Test pentru simularea probei de matematică din cadrul examenului de Admitere 2015
Academia Forţelor Aeriene "*Henri Coandă*"

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Timpul de lucru estimat este de 2 ore;
- Pentru toate întrebările marcaţi litera corespunzătoare răspunsului corect.

(1) Numerele reale α şi β pentru care mulţimea $\{x \in \mathbb{R} \,|\, \alpha\, x^2 - (3\alpha - 4)x - 6(\alpha - 1) = 0\} \cap \{x \in \mathbb{R} \,|\, (\beta - 1)x^2 - (\beta - 1)x + 6(\beta - 2) = 0\}$ are două elemente sunt:

(a) $\alpha = 0,\ \ \beta = 1$; (b) $\alpha = 1,\ \ \beta = 0$; (c) $\alpha = \frac{7}{2},\ \ \beta = \frac{1}{3}$; (d) $\alpha = 5,\ \ \beta = \frac{2}{3}$;

(e) $\alpha = 2, \beta = \frac{5}{3}$.

(2) Fie familia de funcţii de gradul al doilea:

$$f_m(x) = x^2 - 2(m - 1)x + m, \quad m \in \mathbb{R}.$$

Atunci vârfurile asociate se află:

(a) pe o dreaptă paralelă cu prima bisectoare;

(b) pe o dreaptă de ecuaţie $y = -x + 1$;

(c) pe o parabolă cu ramurile în jos;

(d) pe o parabolă de ecuaţie $y = x^2 - x - 1$;

(e) deasupra dreptei de ecuaţie $y = 4$.

(3) Mulţimea soluţiilor S a inecuaţiei $5 \cdot 4^x + 3 \cdot 10^x < 2 \cdot 25^x$ este:

(a) $S = (0, 1)$; (b) $S = \mathbb{R}$; (c) $S = \Phi$; (d) $S = (-\infty, 1)$; (e) $S = (1, +\infty)$.

(4) Fie $S_n = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + \ldots + (2n + 1)C_n^n$. Atunci suma S_n este egală cu:

(a) $n2^n$; (b) $(n-1)2^{n-1}$; (c) $(n+1)2^n$; (d) $n2^{n-1}$; (e) $(n+1)2^{n-1}$.

(5) Fie $z = \cos\frac{\pi}{9} + i\sin\frac{\pi}{9}$ şi $S = 1 + z + z^2 + \ldots + z^{17}$. Care din afirmaţiile de mai jos este corectă?

(a) $S \in \mathbb{R}$; (b) $|S| = 1$; (c) $|S| = 9$; (d) $|S| = 18$; (e) $S = 2$.

(6) Fie ecuaţia $\frac{2^x+a3^x}{2^x-a3^x} = 2,\ a \in \mathbb{R}$. Ecuaţia are soluţie întreagă, notată n, dacă:

(a) $a = 0$; (b) $a = \left(\frac{2}{3}\right)^n$; (c) $a = \frac{2^n}{3^{n+1}}$; (d) $a = \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$; (e) nu există a real cu această proprietate.

(7) Dacă $\sin x + \cos x = a$, atunci $\cos 4x$ este:

(a) $2a^4 + 4a^2 - 1$; (b) $-2a^4 + 4a^2 - 1$; (c) $-2a^4 + 4a^2 + 1$; (d) $-2a^4 - 4a^2 + 1$;

(e) $-2a^2 + 4a - 1$.

(8) Numerele $\frac{1}{b-a},\ \frac{1}{2b},\ \frac{1}{b-c}$ sunt în progresie aritmetică dacă:

(a) $a,\ b,\ c$ sunt în progresie aritmetică; (b) $a = 4,\ b = 3,\ c = 0$; (c) $a + b + c = 0$;

(d) $a,\ b,\ c$ sunt în progresie geometrică; (e) $a > 1,\ b > 2,\ c = -2$.

(9) Fie $x_1,\ x_2,\ x_3$ rădăcinile ecuaţiei $x^3 + x + m = 0,\ m \in \mathbb{C}$. Dacă $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$, atunci m este:

(a) $m = 10$; (b) $m = 2$; (c) $m = -2$; (d) $m = 0$; (e) $m = -10$.

(10) Fie matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ şi u_n suma elementelor matricei A^n, $n \in \mathbb{N}^*$. Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n}$ este:

(a) 1; (b) 0; (c) 2; (d) -1; (e) 3.

(11) Fie matricea $B = \begin{pmatrix} 1 & 2^x & 1 \\ 2^x & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & m \end{pmatrix}$, $m, x \in \mathbb{R}$, astfel încât $\operatorname{rang} B = 3,\ \forall\ x \in \mathbb{R}$. Atunci:

(a) $m \in \Phi$; (b) $m \in [0, 1]$; (c) $m \in \mathbb{R}$; (d) $m \in \left(0, \frac{5}{4}\right)$; (e) $m \in \left(0, \frac{1}{4}\right]$.

(12) Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin relaţia $f(x) = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{|x-1|e^{nx}+\alpha(x+1)^2e^{-nx}}{e^{nx}+e^{-nx}}$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Mulţimea valorilor parametrului real α pentru care funcţia f este continuă pe $\mathbb{R}$ este:

(a) $\{1\}$; (b) $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right]$; (c) $(-1, 1)$; (d) Φ; (e) $\mathbb{R} - \{1\}$.

(13) Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$ şi funcţia $f : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x}$. Parametrii a, b, c pentru care graficul funcţiei f trece prin punctul $A(1, 10)$ şi este tangent dreptei $y = 1$ în $x = -2$ sunt:

(a) $a = 1,\ b = 5,\ c = 4$; (b) $a = -1,\ b = 2,\ c = -4$; (c) $a = 2,\ b = 3,\ c = 5$;

(d) $a = -3,\ b = 10,\ c = 3$; (e) $a = 2,\ b = 0,\ c = 8$.

(14) Valoarea limitei $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\int_0^{\sin x} e^{x^2} \mathrm{d}x}{\int_0^{\mathrm{tg} x} e^{x^2} \mathrm{d}x}$ este egală cu:

(a) $2\pi e$; (b) $\frac{1}{e}$; (c) 1; (d) $\frac{\pi}{2}$; (e) -1.

(15) Fie $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{\arcsin \frac{2x}{1+x^2}}$. Volumul obţinut prin rotirea graficului funcţiei f în jurul axei Ox este:

(a) $V = \pi\left(\frac{\pi}{4} + \ln 2\right)$; (b) $V = \pi\left(\frac{\pi}{2} + \ln 2\right)$; (c) $V = \frac{\pi^2}{4} - \pi \ln 2$; (d) $V = \pi\left(\frac{\pi}{2} - \ln 2\right)$;

(e) $V = \pi\left(\frac{\pi}{6} - \ln 2\right)$.