Model pentru simularea probei de matematică din cadrul examenului de Admitere 2014
Academia Forţelor Aeriene "*Henri Coandă*"

Testul III

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Timpul de lucru estimat este de 2 ore;
- Pentru toate întrebările marcaţi litera corespunzătoare răspunsului corect.

(1) Pentru ce valori ale lui $m \in \mathbb{R}$ are loc inegalitatea $x^2 - 2mx + m + 2 \geq 0,\ \forall\, x > 0$.

(a) $m \in [-2, 2]$; (b) $m \in [-2, 2)$; (c) $m \in \mathbb{R}$; (d) $m \in (-\infty, 2]$; (e) $m \in [-2, +\infty)$.

(2) Calculaţi $z = \frac{(1-i)^7}{(1+i)^5}$.

(a) $z = 2$; (b) $z = -2$; (c) $z = i$; (d) $z = -2i$; (e) $z = 1 - i$.

(3) Valoarea sumei $S = \frac{1}{\log_2 1 + \log_2 2 + \log_2 2014} + \frac{1}{\log_3 1 + \log_3 2 + \ldots + \log_3 2014} + \ldots + \frac{1}{\log_{2014} 1 + \log_{2014} 2 + \ldots + \log_{2014} 2014}$ este egală cu:

(a) $S = 10$; (b) $S = 2014$; (c) $S = 998$; (d) $S = 1$; (e) $S = 2013$.

(4) Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică pentru care suma primilor n termeni este $S_n = 5n^2 - 4n$. Să se afle raţia r şi primul termen a_1 ai progresiei aritmetice.

(a) $r = 5, a_1 = 1$; (b) $r = 10, a_1 = 1$; (c) $r = 3, a_1 = 4$; (d) $r = 2, a_1 = 5$;

(e) $r = 1, a_1 = 10$.

(5) Se consideră polinomul $f = X^4 - 2X^3 + X^2 + aX + b,\ a, b \in \mathbb{R}$. Să se determine a şi b astfel încât restul împărţirii lui $f(X+1)$ la $X - 2$ să fie egal cu 9, iar restul împărţirii lui $f(X-1)$ la $X + 2$ să fie egal cu 33.

(a) $a = 15, b = -70$; (b) $a = 3, b = 15$; (c) $a = 14, b = -69$; (d) $a = -2, b = 5$;

(e) $a = 11, b = -80$.

(6) Aflaţi $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuaţia $x^4 - x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ admite o rădăcină triplă întreagă.

(a) $a = 4, b = -1$; (b) niciun răspuns nu este corect; (c) $a = 3, b = 0$; (d) $a = -2, b = 5$; (e) $a = 5, b = -2$.

(7) Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Numărul elementelor mulţimii $M = \{A^n \,|n \in \mathbb{N}^\star\}$ este:

(a) 9; (b) 2; (c) 3; (d) ∞; (e) 4.

(8) Să se afle $x \in \mathbb{R}$ ştiind că matricea $A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1-x \\ 1-x & x & 1 \\ 1 & 1-x & x \end{pmatrix}$ nu este inversabilă.

(a) $x \in \Phi$; (b) $x = 1$; (c) $x = -1$; (d) $x = \frac{1}{2}$; (e) $x = 2$.

(9) Pentru ce valori ale lui $a \in \mathbb{R}$ există şi este finită limita $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a^n+4^n}{5^n+3^n}$.

(a) $a = 5$; (b) $a \in (-\infty, 5]$; (c) $a \in (-5, +\infty)$; (d) $a \in (-5, 5]$; (e) $a \in \Phi$.

(10) Să se determine $\alpha \in \mathbb{R}$ astfel încât funcţia $f : (0, +\infty) - \{1\} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin\alpha(x-1)}{2(x-1)}, & \text{dacă } 0 < x < 1 \\ \sqrt{\alpha^2 - e^{1-x}}, & \text{dacă } x > 1 \end{cases}$$

să aibă limită în $x = 1$.

(a) $\alpha \in \left\{\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}\right\}$; (b) $\alpha = 1$; (c) $\alpha \in \left\{\pm\sqrt{3}\right\}$; (d) $\alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$; (e) $\alpha = 0$.

(11) Fie funcţia $f : \mathbb{D} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2}\ln(x^2 - 2x\cos\alpha + 1)$, $\alpha \in [0, 2\pi]$. Să se determine α ştiind că panta tangentei la graficul funcţiei f în punctul $x = 0$ are valoarea 1.

(a) $\alpha = 0$; (b) $\alpha = \frac{\pi}{3}$; (c) $\alpha = \frac{2\pi}{3}$; (d) $\alpha = \frac{\pi}{2}$; (e) $\alpha = \pi$.

(12) În sistemul cartezian de coordonate xOy, se consideră punctele $A_r(2r+1; 3r-1)$, $r \in \mathbb{R}$. Distanţa de la punctul A_2 la dreapta A_0A_1 este:

(a) 2; (b) $\sqrt{2}$; (c) 0; (d) $\sqrt{13}$; (e) 1.

(13) Se consideră parametrul $m \in \mathbb{R}$ şi funcţia $f : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{m}{x-1}$. Să se afle m ştiind că funcţia admite două puncte de extrem local.

(a) $m \in (1, +\infty)$; (b) $m \in (0, +\infty)$; (c) $m \in (-\infty, 1)$; (d) $m \in \mathbb{R}$; (e) $m = -5$.

(14) Să se afle aria figurii plane cuprinsă între dreapta de ecuaţie $y = 2x - 1$ şi parabola de ecuaţie $y^2 = x$.

(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$; (c) $\frac{7}{16}$; (d) $\frac{3}{8}$; (e) $\frac{9}{16}$.

(15) Fie integrala $I(a) = \int\limits_1^3 \frac{\mathrm{d}x}{a-x+1}$, $a \in \mathbb{R}$, $a > 2$. Să se calculeze $L = \lim\limits_{a\to\infty} I(a)$.

(a) $L = 0$; (b) $L = \ln 2$; (c) $L = 1$; (d) $L = -1$; (e) $L = 2$.