Model pentru simularea probei de matematică din cadrul examenului de Admitere 2013
Academia Forţelor Aeriene ”*Henri Coandă*”

Testul III

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Timpul de lucru estimat este de 2 ore;
- Pentru toate întrebările marcaţi litera corespunzătoare răspunsului corect.

(1) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât expresia $E(x) = \frac{x^2+2mx+3m-2}{x^2+mx+1}$ să existe şi să fie pozitivă $\forall\, x \in \mathbb{R}$.

(a) $m \in (-2,2)$; (b) $m \in (-2,1)$; (c) $m = -2$; (d) $m \in (1,2)$; (e) $m \in \Phi$.

(2) Fie $\log_{54} 36 = a$. Calculaţi în funcţie de a, $\log_{16} 9$:

(a) $\frac{a+2}{6a+4}$; (b) $\frac{3a+2}{2a+4}$; (c) $\frac{2a-3}{a-1}$; (d) $\frac{a-2}{4-6a}$; (e) a.

(3) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ ştiind că $me^{2x} + 2(m+1)e^x + m + 1 > 0,\ \forall\, x \in \mathbb{R}$.

(a) $m \in (0;\infty)$; (b) $m \in (-\infty;-1) \cup (0,+\infty)$; (c) $m \in (-\infty;-1)$; (d) $m \in (-\infty;0]$

(e) $m \in (-1;+\infty)$.

(4) Să se calculeze suma $S = \frac{1}{\log_2 1+\log_2 2+\ldots+\log_2 2013} + \frac{1}{\log_3 1+\log_3 2+\ldots+\log_3 2013} + \ldots + \frac{1}{\log_{2013} 1+\log_{2013} 2+\ldots+\log_{2013} 2013}$.

(a) $S = 10$; (b) $S = 2013$; (c) $S = 1$; (d) $S = 998$; (e) $S = 2012$.

(5) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care numărul $z = \frac{a+2i}{2+ai} \in \mathbb{R}$.

(a) $a = 2$; (b) $a = -2$; (c) $a \in \{-2;2\}$; (d) $a = -3$; (e) $a \in \{-3;3\}$.

(6) Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică pentru care $a_n \neq 0$ şi raţia $r \neq 0$. Să se calculeze suma $S = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \ldots + \frac{1}{a_{2012} a_{2013}}$ în funcţie de a_1 şi r.

(a) $\frac{2012}{a_1(a_1+2012r)}$; (b) $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_1+2012r}$; (c) 2012; (d) $2a_1 + 2012r$; (e) 2013.

(7) Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$ astfel încât $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Să se calculeze $\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$.

(a) $\frac{1}{3}$; (b) $\left\{\frac{1}{3};3\right\}$; (c) 1; (d) $\frac{3}{2}$; (e) 3.

(8) Fie ABC un triunghi cu $A(3;3)$. Ştiind că ecuaţiile înălţimilor duse din B şi C sunt $x-y+1=0$, respectiv $x+2y-3=0$, să se calculeze aria triunghiului.

(a) $A_{\Delta\, ABC}=2$; (b) $A_{\Delta\, ABC}=3$; (c) $A_{\Delta\, ABC}=10$; (d) $A_{\Delta\, ABC}=1$; (e) $A_{\Delta\, ABC}=4$.

(9) Să se determine valorile reale ale lui a pentru care vectorii $\vec{u}=(a-1)\vec{i}-(2a+2)\vec{j}$ şi $\vec{v}=(a+1)\vec{i}-\vec{j}$ sunt perpendiculari.

(a) $a\in\{-1;1\}$; (b) $a=-1$; (c) $a=-2$; (d) $a=3$; (e) $a=4$.

(10) Fie $A(x)$ următoarea matrice:

$$A(x)=\begin{pmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3^x \end{pmatrix}.$$

Atunci $A^n(x)$ este:

(a) $A\left(x^n\right)$; (b) $A(x+n)$; (c) $A(2x+n)$; (d) $A\left(\frac{x}{n}\right)$; (e) $A(nx)$.

(11) Să se determine $a\in\mathbb{R}$ ştiind că $\lim\limits_{n\to\infty}\left[a^2\ln(n+1)+a\ln(n+2)-6\ln(n+3)\right]=0$.

(a) $a\in\{-3;2\}$; (b) $a=1$; (c) $a=-2$; (d) $a\in\Phi$; (e) $a\in\mathbb{R}$.

(12) Fie parametrii $a,b,c\in\mathbb{R}$ şi funcţia $f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x}$. Aflaţi $a,b,c\in\mathbb{R}$ ştiind că graficul lui f trece prin punctul $A(1;10)$ şi este tangent dreptei $y=1$ în $x=-2$.

(a) $a=2,\ b=0,\ c=8$; (b) $a=-1,\ b=2,\ c=-4$; (c) $a=2,\ b=3,\ c=5$; (d) $a=-3,\ b=10,\ c=3$; (e) $a=1,\ b=5,\ c=4$.

(13) Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un şir de numere reale cu proprietatea $\int\limits_0^n |x-a_n|\,\mathrm{d}x=\frac{n^2}{4}$. Ce se poate spune despre şirul a_n?

(a) $(a_n)_{n\geq 1}$ este o progresie geometrică;

(b) $(a_n)_{n\geq 1}$ este o progresie aritmetică;

(c) $(a_n)_{n\geq 1}$ este un şir convergent;

(d) $(a_n)_{n\geq 1}$ este un şir mărginit;

(e) $(a_n)_{n\geq 1}$ este un şir de numere naturale.

(14) Fie funcţia $f:\mathbb{R}-\{-1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$. Să se calculeze aria figurii plane delimitată de graficul funcţiei $f^{(2013)}(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$.

(a) $\frac{2013!\left(2^{2012}-1\right)}{2^{2013}}$; (b) $2\cdot 2012!\left[1-2^{-2013}\right]$; (c) $2^{2012}-1$; (d) 1; (e) 2012.

(15) Să se calculeze valoarea integralei $I = \int\limits_0^3 \max\left(3x;\ x^2+2\right) \mathrm{d}x$

(a) $\frac{97}{6}$; (b) $\frac{121}{6}$; (c) $\frac{91}{6}$; (d) $\frac{91}{3}$; (e) $\frac{75}{6}$.